

ARBEITSBLATT ZU KONTEXTFREIEN GRAMMATIKEN

Definition: *kontextfreie Grammatik, kontextfreie Sprache:*
Grammatiken, bei denen alle Produktionen die Form
$$A \rightarrow w \text{ mit } A \in N \text{ und } w \in (T \cup N)^+$$
haben, heißen *kontextfrei* oder auch *umgebungsunabhängig*. Eine Sprache heißt *kontextfrei*, wenn sie von einer kontextfreien Grammatik erzeugt wird.

Beispiel: Die Grammatik $G = (T, N, S, P)$ mit

$$T = \{ a, b \}$$

$$N = \{ S \}$$

$$S = S$$

$$P = \{ S ::= a$$

$$S ::= b$$

$$S ::= SS \}$$

ist eine kontextfreie Grammatik.

Aufgabe 1: Begründe bei dem obigen Beispiel folgende Aussagen:

- a) Die Grammatik ist nicht regulär. Allerdings ist die von der Grammatik erzeugte Sprache wohl regulär.
- b) Die Grammatik ist mehrdeutig, d. h. zu einem Wort gibt es unterschiedliche Ableitungsbäume.

Aufgabe 2: Entwirf eine Grammatik, welche wohlgeformte Klammerpaare erzeugt.

Bsp: $() \mid ((()()) \mid (((()()))())$

Warum gibt es keine äquivalente reguläre Grammatik?

Aufgabe 3: Gegeben ist die Grammatik $G = (T, N, S, P)$ mit $T = \{ a, b, \varepsilon \}$, $N = \{ S \}$, $S = S$ und den Produktionen

$$P = \{ S ::= aSb$$

$$S ::= bSa$$

$$S ::= SS$$

$$S ::= \varepsilon \}$$

- a) Begründe, dass es sich bei G um eine kontextfreie Grammatik handelt.
- b) Beschreibe, welche Worte die Sprache $L(G)$ umfasst. Begründe hieraus, warum es keine äquivalente reguläre Grammatik geben kann.
- c) Gib für das Wort $ababab$ mindestens fünf verschiedene Ableitungsbäume an.
- d) Begründe per Ableitungsbaum, welche der folgenden Worte in der Sprache $L(G)$ enthalten sind:
(1) $aabbba$ (2) $abbbba$ (3) $bbbbaa$

Aufgabe 4: Die Sprache der „dualen Palindrome“ besteht aus Binärzahlen, welche vorwärts und rückwärts gelesen die gleiche Zahl ergeben. Beispiele sind $11 \mid 101 \mid 001100 \mid 0110110 \mid \dots$ Entwirf eine Grammatik, welche diese Sprache erzeugt. Begründe, warum die Grammatik nicht regulär sein kann.